Programma del corso AM430 - CCL Matematica, 6 CFU
AA 2020/21 (L. Chierchia)

- Il problema di Cauchy (introduzione). Esempi. Equazioni differenziali scalari, lineari e a variabili separabili. Blow-up in tempi finiti. Non unicità. Equazione di Newton scalare. L'oscillatore armonico (descrizione di tutti i moti anche con lo spazio delle fasi).
  Equazioni del second'ordine, lineari, omogenee a coefficienti costanti. Unicità. Esponenziale complesso, teorema di addizione e formula di Eulero. Soluzioni complesse. Polinomio caratteristico. Analisi dei vari casi e soluzione del problema generale di Cauchy.
- Teoremi generali sul problema di Cauchy. Lemmi di Gronwall e teoremi di confronto. Teorema di Picard-Lindelof. Soluzioni locali. Estensione di soluzioni locali e soluzioni massimali.
- Alcune semplici classi risolubili esplicitamente: Equazioni di Eulero; equazioni omogenee; equazioni di Bernoulli; equazione di Clairaut (soluzioni regolari e soluzione singolare); equazioni differenziali esatte, fattore integrante.
- Equazioni lineari coefficienti costanti di ordine superiore a due (radici semplici e radici multiple, casi non omogenei).
- Sistemi autonomi su R^n e flussi. Proprietà di gruppo dei flussi. Proprietà qualitative di equazioni scalari del prim'ordine. Criterio di massimalità; applicazione a equazioni differenziali lineari (a coefficienti non costanti).
- Equazioni lineari del secondo ordine a coefficienti non costanti. L'operatore L[x]. Funzioni continue linearmente indipendenti. Wronskiano. Teorema di Abel. Soluzioni fondamentali. Soluzione generale di L[x]=0. Ker(L) è uno spazio vettoriale di dimensione 2. Soluzione generale di L[x]=h. Soluzione generale dell'equazione non omogenea L[x]=h (metodo di variazione delle costanti). Metodo di D'Alembert di "riduzione di ordine".
- Sistemi lineari a coefficienti costanti. Esponenziali di matrici (proprietà fondamentali). Soluzione fondamentale in termini di esponenziali di matrice. Forma normale di Jordan (enunciato). Esponenziale di matrici di Jordan.
- Sistemi lineari a coefficienti variabili. Wronskiano. Struttura dello spazio delle soluzioni. Soluzione fondamentale e soluzione generale. Il caso non omogeneo (formula di Duhamel). Dimostrazione della formula di Abel-Liouville.
- Teorema di dipendenza regolare da dati iniziali e parametri.
- Spazio delle fasi di equazioni del second'ordine conservative. Analisi qualitativa sullo spazio delle fasi. Orbite periodiche. Caratterizzazione geometrica delle orbite periodiche. Esempi di ritratti di fase; oscillatori nonlineari.
- Stabiltà e stabilità asintotica di un punto di equilibrio. Il caso lineare a coefficienti costanti. Stabilità di minimi locali stretti di sistemi conservativi. Stabilità esponenziale per linearizzazione. Criterio di instabilità per linearizzazione (enunciato). Esempio di un sistema bidimensionale con equilibrio in (1,0) instabile e che ha bacino di attrazione $R^2 \setminus \{(0,0)\}$.